נוסחאות כפל מקוצר – דף עבודה

כיתה ט׳ • 5 יח״ל • רמה גבוהה

שם: _____ כיתה: _____ תאריך: _____

הנוסחאות

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

הרחבה לאתגר (מעבר לחומר הבסיסי):

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \qquad a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

שאלה 1 פתיחת סוגריים

פתחו את הסוגריים ופשטו בעזרת הנוסחאות.

א. $(3x - 2y)^2$

ב. $(\frac{1}{2}a + 4)^2$

ג. $(2x^2 - 5)(2x^2 + 5)$

ד. $(-4m - 3n)^2$

ה. $(x^3 + 2y^2)^2$

ו. $(x + 1/x)^2$

ז. $(a + b - 3)(a + b + 3)$

ח. $(2x - 3)^2(2x + 3)^2$

שאלה 2 השלמת חסר

השלימו את הביטויים החסרים כך שיתקבל שוויון נכון.

א. $(_____ + 3y)^2 = 4x^2 + _____ + _____$

ב. $(5a - _____)^2 = _____ - 20ab + _____$

ג. $(_____ - _____)^2 = 9m^2 - 42m + 49$

ד. $(x^2 + _____)(x^2 - _____) = x^4 - 81$

ה. $16a^2 - _____ + \frac{1}{4} = (_____ - _____)^2$

שאלה 3 פירוק לגורמים

פרקו לגורמים ככל האפשר. שימו לב: לפעמים צריך קודם להוציא גורם משותף, ולפעמים להשתמש בנוסחה פעמיים.

א. $50x^2 - 8$

ב. $9a^2 - 30ab + 25b^2$

ג. $x^4 - 16$

ד. $-x^2 + 6x - 9$

ה. $(x + 3)^2 - 25$

ו. $2x^3y - 20x^2y^2 + 50xy^3$

ז. $a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

ח. $x^2 - 6x + 9 - y^2$

שאלה 4 חישוב מהיר

חשבו בלי מחשבון, בעזרת הנוסחאות. כתבו איזו נוסחה השתמשתם.

א. 101^2

ב. 99^2

ג. $47 \cdot 53$

ד. $998 \cdot 1002$

ה. $1001^2 - 999^2$

שאלה 5 פישוט ביטויים

פשטו את הביטויים.

א. $(x+3)^2 - (x-3)^2$

ב. $(2a-1)^2 - (2a+1)(2a-1)$

ג. $(3x+y)^2 + (3x-y)^2$

ד. $(x-2)(x+2)(x^2+4)$

ה. $(x+y)^2(x-y)^2 - (x^2+y^2)^2$

שאלה 6 משוואות

פתרו את המשוואות.

א. $(x+2)^2 - (x-1)^2 = 15$

ב. $(2x-3)^2 = (2x+1)(2x-1) + 22$

ג. $(x+3)^2+(x-3)^2=2(x+1)^2+10$

ד. $(2x-1)^2=25$

ה. $x^3-9x=0$

שאלה 7 שאלות אתגר והוכחה

ענו על כל סעיף. בסעיפי ההוכחה הראו את כל השלבים.

א. נתון:

$ab=10$ $\quad a+b=7$

מצאו את הערכים הבאים, בלי למצוא את a ואת b:

$(a-b)^2=?$ $\quad a^2+b^2=?$

ב. הוכיחו שההפרש בין ריבועיהם של שני מספרים אי־זוגיים עוקבים מתחלק ב־8.

רמז: סמנו את שני המספרים כך:

$2n+1$, $2n-1$

ג. הראו שהביטוי הבא חיובי לכל x. רמז: השלימו לריבוע.

$x^2-6x+10$

ד. מגדילים את צלע הריבוע ב־3 ס"מ, ושטח הריבוע גדל ב־39 סמ"ר. מה אורך צלע הריבוע המקורי? ומה היה שטחו?

ה. נתון:

$x - 1/x = 3$

חשבו את:

$x^2 + 1/x^2$

שאלה 8 הרחבה לאתגר: נוסחאות בחזקה שלישית

בעזרת נוסחאות ההרחבה שבמסגרת שבראש הדף.

א. פתחו סוגריים:

$(x + 2)^3$

ב. פרקו לגורמים:

$8a^3 - 27$

פתרונות

נוסחאות כפל מקוצר – דף עבודה • כיתה ט׳ • 5 יח״ל

שאלה 1	פתיחת סוגריים
א.	$9x^2 - 12xy + 4y^2$
ב.	$\frac{1}{4}a^2 + 4a + 16$
ג.	$4x^4 - 25$
ד.	$(-4m - 3n)^2 = (4m + 3n)^2 = 16m^2 + 24mn + 9n^2$
ה.	$x^6 + 4x^3y^2 + 4y^4$
ו.	$x^2 + 2 \cdot x \cdot 1/x + 1/x^2 = x^2 + 2 + 1/x^2$
ז.	מתייחסים לסכום $a + b$ כאיבר אחד: $(a + b)^2 - 9 = a^2 + 2ab + b^2 - 9$
ח.	קודם מכפילים את הבסיסים: $[(2x - 3)(2x + 3)]^2 = (4x^2 - 9)^2 = 16x^4 - 72x^2 + 81$

שאלה 2	השלמת חסר
א.	$(2x + 3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$
ב.	$(5a - 2b)^2 = 25a^2 - 20ab + 4b^2$
ג.	$(3m - 7)^2 = 9m^2 - 42m + 49$
ד.	$(x^2 + 9)(x^2 - 9) = x^4 - 81$
ה.	$(4a - \frac{1}{2})^2 = 16a^2 - 4a + \frac{1}{4}$

שאלה 3	פירוק לגורמים
א.	$2(25x^2 - 4) = 2(5x - 2)(5x + 2)$
ב.	$(3a - 5b)^2$
ג.	$(x^2 - 4)(x^2 + 4) = (x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$
ד.	$-(x^2 - 6x + 9) = -(x - 3)^2$
ה.	$(x + 8)(x - 2) = (x + 3 + 5)(x + 3 - 5)$
ו.	$2xy(x^2 - 10xy + 25y^2) = 2xy(x - 5y)^2$
ז.	$(a^2 - b^2)^2 = (a - b)^2(a + b)^2$
ח.	מקבצים את שלושת האיברים הראשונים: $(x - 3)^2 - y^2 = (x - 3 - y)(x - 3 + y)$

שאלה 4	חישוב מהיר
א.	$(100 + 1)^2 = 10000 + 200 + 1 = 10201$
ב.	$(100 - 1)^2 = 10000 - 200 + 1 = 9801$
ג.	$(50 + 3)(50 - 3) = 2500 - 9 = 2491$
ד.	$(1000 + 2)(1000 - 2) = 1000000 - 4 = 999996$
ה.	$(1001 + 999)(1001 - 999) = 2 \cdot 2000 = 4000$

שאלה 5	פישוט ביטויים
א.	$(x^2+6x+9)-(x^2-6x+9)=12x$
ב.	$(4a^2-4a+1)-(4a^2-1)=-4a+2$
ג.	$(9x^2+6xy+y^2)+(9x^2-6xy+y^2)=18x^2+2y^2$
ד.	$(x^2-4)(x^2+4)=x^4-16$
ה.	$[(x+y)(x-y)]^2-(x^2+y^2)^2=(x^2-y^2)^2-(x^2+y^2)^2$ $=x^4-2x^2y^2+y^4-x^4-2x^2y^2-y^4=-4x^2y^2$

שאלה 6	משוואות
א.	$(x^2+4x+4)-(x^2-2x+1)=15$ $6x+3=15$ $x=2$
ב.	$4x^2-12x+9=4x^2-1+22$ $-12x=12$ $x=-1$
ג.	$2x^2+18=2x^2+4x+2+10$ $4x=6$ $x=1.5$
ד.	$2x-1=\pm5$ $x=-2\quad,\quad x=3$
ה.	$x(x^2-9)=x(x-3)(x+3)=0$ $x=-3\quad,\quad x=3\quad,\quad x=0$

שאלה 7	שאלות אתגר והוכחה
א.	$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=49-20=29$ $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab=29-20=9$
ב.	$(2n+1)^2-(2n-1)^2=(4n^2+4n+1)-(4n^2-4n+1)=8n$ 8n הוא כפולה של 8 לכל n שלם, ולכן ההפרש מתחלק ב־8.
ג.	$x^2-6x+10=(x^2-6x+9)+1=(x-3)^2+1$ ריבוע הוא תמיד אי־שלילי, ולכן לכל x: $(x-3)^2+1\geq1>0$
ד.	נסמן את צלע הריבוע המקורי ב־a ס"מ. $(a+3)^2-a^2=39$ $6a+9=39$ $a=5$ צלע הריבוע המקורי 5 ס"מ, ושטחו 25 סמ"ר.
ה.	$(x-1/x)^2=x^2-2+1/x^2=9$ $x^2+1/x^2=9+2=11$

שאלה 8	הרחבה לאתגר
א.	$(x+2)^3=x^3+3\cdot x^2\cdot2+3\cdot x\cdot2^2+2^3=x^3+6x^2+12x+8$
ב.	$(2a)^3-3^3=(2a-3)(4a^2+6a+9)$